

CAPITULO 6

ESTABILIDAD

6.1. Introducción

Se dice que un sistema de potencia está en una condición de operación de estado estable si todas las cantidades físicas que se miden (o se calculan) y que describen la condición de operación del sistema, se pueden considerar constantes para propósitos de análisis. Si, cuando se está en una condición de estado estable, ocurre un cambio repentino o una secuencia de cambios en uno o más parámetros del sistema o en una o más de sus cantidades de operación (variables), se dice que el sistema experimenta un disturbio o una perturbación de su condición de operación de estado estable. Las perturbaciones pueden ser grandes o pequeñas de acuerdo con su origen.

Una perturbación grande es aquella para la cual las ecuaciones no lineales que describen la dinámica del sistema de potencia no se pueden linealizar de forma válida para propósitos de análisis. Las fallas en los sistemas de potencia, los cambios repentinos y grandes de carga, la pérdida de unidades generadoras y las maniobras en líneas son ejemplos de perturbaciones grandes y se estudian bajo el nombre de *estabilidad transitoria*. Los estudios de estabilidad transitoria, normalmente se hacen en base a la primera oscilación lo que significa considerar un tiempo de hasta un segundo.

Si el sistema de potencia está operando en una condición estable y experimenta un cambio que puede ser analizado de manera apropiada a través de versiones linealizadas de sus ecuaciones dinámicas, se dice que ha ocurrido una perturbación pequeña. Como ejemplos, podemos mencionar, un cambio pequeño y gradual de carga, un cambio en la ganancia de un regulador automático de voltaje en el sistema de excitación de una gran unidad generadora, etc.; los que se estudian bajo el nombre de *estabilidad permanente*. Los estudios de estabilidad permanente consideran múltiples oscilaciones lo que significa tiempos bastante mayores que los de la estabilidad transitoria (del orden de los minutos) y por lo tanto, en algunos casos pueden ser importantes los efectos de los sistemas de control de las unidades generadoras.

En resumen entonces, la estabilidad es la propiedad de un SEP o de sus partes componentes de mantener un estado de equilibrio (sincronismo), cuando ha sido sometido a acciones perturbadoras. El concepto puede ser aplicado a una o un grupo de máquinas sincrónicas para señalar la condición de que ellas permanecen en sincronismo respecto de otras cuando se producen perturbaciones.

6.2. Estabilidad transitoria

6.2.1. Objetivos

Los estudios de estabilidad transitoria suministran la información necesaria para conocer la capacidad de un SEP de permanecer en sincronismo durante grandes perturbaciones tales como: cambios bruscos momentáneos o sostenidos de grandes cargas, pérdidas de generación, pérdida de líneas importantes y fallas tipo cortocircuitos y fases abiertas. Específicamente se obtienen:

- **en las máquinas síncronas:** Los cambios de tensión, corriente y potencia, velocidad y torque.
- **en la red del SEP:** Los cambios en las tensiones de las barras y en el flujo de potencia a través de las líneas.

6.2.2. Suposiciones básicas para los estudios simplificados de estabilidad transitoria

- Usualmente, los generadores se analizan individualmente. Sin embargo, en sistemas multimáquinas se pueden concentrar grupos de ellos (máquinas equivalentes) para realizar los estudios. El comportamiento de cada generador se describe mediante una ecuación diferencial, denominada

ecuación de oscilación. Cada generador se representa por una fem constante tras la reactancia transitoria.

- Como variable fundamental se emplea la posición angular del rotor δ .
- Debido a la gran inercia de las máquinas, las variaciones de velocidad son pequeñas, por lo que los elementos estáticos del SEP (líneas, transformadores, etc.) se suponen operando a frecuencia nominal y las tensiones, corrientes y potencias se calculan mediante ecuaciones algebraicas.
- Los motores síncronos se representan como una máquina más.
- Generalmente no se consideran los efectos de amortiguación.
- En el caso de una perturbación balanceada, las ecuaciones algebraicas de acoplamiento son las correspondientes al flujo de potencias. Si la perturbación es no balanceada, se deben emplear las ecuaciones correspondientes a la secuencia positiva, modificando convenientemente la red equivalente del SEP según el tipo particular de perturbación. Esto significa que en fallas asimétricas, se utiliza la malla de secuencia positiva, agregándose las de secuencia negativa y cero según corresponda.

6.2.3. Ejemplo Ilustrativo

Consideremos un generador de rotor cilíndrico suministrando potencia a una barra infinita a través de una línea de doble circuito, tal como se muestra en la Figura 6.1, donde:

- E' : Tensión interna del generador (tensión inducida)
 X_A : Reactancia total entre la tensión E' del generador y la de la barra infinita V , con ambas líneas conectadas.
 X_B : Reactancia total entre la tensión E' del generador y la de la barra infinita V , con una línea desconectada.

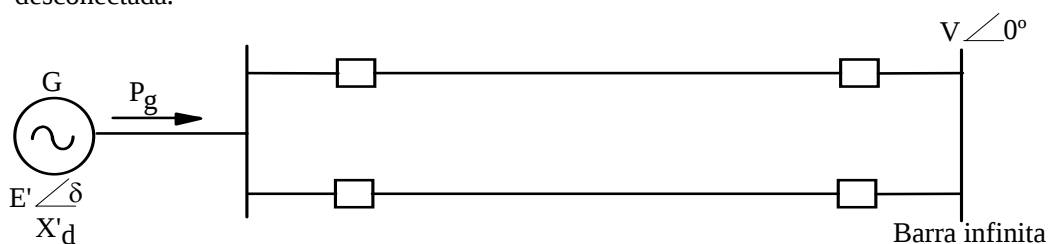


Figura 6.1.- Sistema generador-línea-barra infinita

Las ecuaciones potencia ángulo para cada caso son:

$$\begin{aligned} P_{gA} &= \frac{V E'}{X_A} \sin \delta \\ P_{gB} &= \frac{V E'}{X_B} \sin \delta \end{aligned} \quad (6.1)$$

La Figura 6.2 muestra las curvas potencia ángulo para las ecuaciones (6.1).

Supongamos que inicialmente el generador está entregando una potencia P_{g0} correspondiente a un ángulo δ_0 (curva P_{gA}). Si en estas condiciones se corta bruscamente una línea, entonces el generador pasa a operar según la curva P_{gB} . Debido a la inercia del rotor, el ángulo δ no puede cambiar instantáneamente y en consecuencia el punto inicial de operación en la curva P_{gB} es a_0 y el generador entrega una potencia $P_1 < P_{g0}$. Como la potencia motriz no ha disminuido, existe un $\Delta P = P_{g0} - P_1 > 0$ que acelera el rotor por sobre la velocidad sincrónica, alcanzándose un punto tal como a_1 en el cual la velocidad es aún mayor que la sincrónica y en consecuencia este punto es sobrepasado pudiéndose llegar al punto a_2 o bien al punto a_3 .

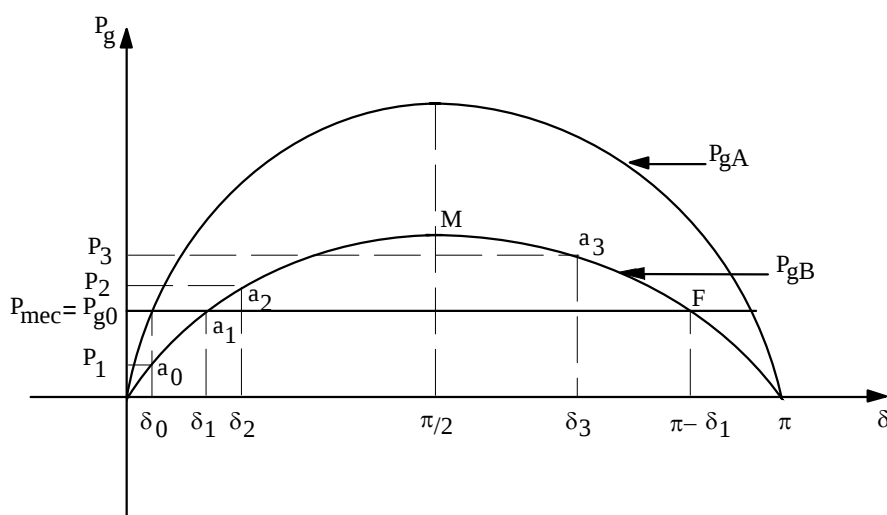


Figura 6.2.- Curvas potencia-ángulo, para el sistema de la Figura 6.1

En estas condiciones el generador suministra mayor potencia que la recibida de la máquina motriz a expensas de su energía cinética, o sea existe:

$$\begin{aligned} \Delta P = P_{g0} - P_2 < 0 & \quad \text{para} \quad \delta < \pi/2 \\ \Delta P = P_{g0} - P_3 < 0 & \quad \text{para} \quad \pi/2 < \delta < (\pi - \delta_1) \end{aligned} \quad (6.2)$$

Se produce entonces una desaceleración y el generador vuelve al punto M si había llegado al punto a_3 , pero aún $\Delta P < 0$ y el rotor continúa desacelerándose (ya bajo la velocidad sincrónica), alcanza y sobrepasa el punto a_1 produciéndose ahora una $\Delta P > 0$ que acelera nuevamente el rotor. El resultado de este proceso es una serie de oscilaciones alrededor del punto a_1 , las que se van amortiguando a medida que transcurre el tiempo debido a factores tales como: acción electromagnética, fricción, etc.; hasta que se alcanza el punto de equilibrio (P_{g0} , δ_1). En estas condiciones se dice que el sistema *generador-línea-barra infinita* tiene "estabilidad transiente".

Supongamos ahora que debido a la falla, el generador se acelera de tal forma que alcanza y sobrepasa el punto F correspondiente al ángulo $\pi - \delta_1$. En este caso, al sobrepasar el punto F, el generador queda sometido a un $\Delta P > 0$ y continúa acelerándose hasta que pierde el sincronismo. De lo anterior se concluye que el sistema *generador-línea-barra infinita* tiene "inestabilidad transiente" al sobrepasar el punto F.

Luego, el límite de estabilidad transiente está en $\delta = \pi - \delta_1$

Si $\delta < (\pi - \delta_1) \Rightarrow$ Operación estable después de un cierto número de oscilaciones

Si $\delta \geq (\pi - \delta_1) \Rightarrow$ Operación inestable

Puesto que un ángulo δ_1 de operación se alcanza después de un tiempo determinado, el análisis anterior puede visualizarse también a partir de la denominada "curva de oscilación" (Figura 6.3), para lo cual es necesario resolver la "Ecuación de oscilación" que se estudiará más adelante.

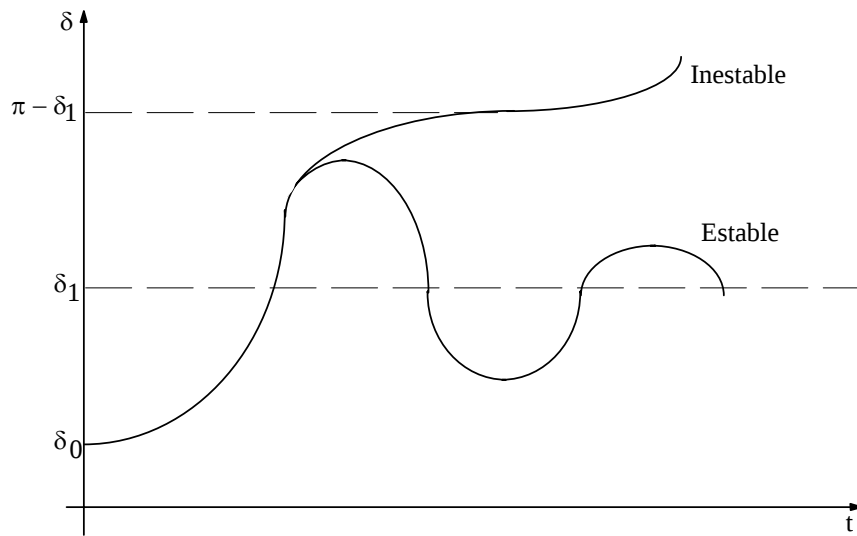


Figura 6.3.- Curvas de oscilación de una máquina síncrona

6.2.4. Ecuación de oscilación de una máquina síncrona

Consideremos el i -ésimo generador de un SEP que contiene m unidades de la Figura 6.4, donde:

P_{mi} : Potencia mecánica suministrada al generador, vía eje del rotor.
 P_{gi} : Potencia eléctrica generada y suministrada a la red, vía barras del SEP.

- Si $P_{mi} = P_{gi}$, el generador funciona a velocidad constante
- Si $P_{mi} \neq P_{gi}$, la diferencia de estas potencias se empleará en :
 - a. Modificar la energía cinética o la velocidad de la unidad motriz-generator.
 - b. Vencer el torque de amortiguación que se desarrolla fundamentalmente en los enrollados de amortiguación de la máquina.

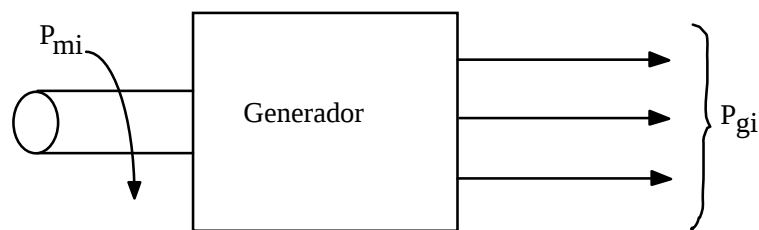


Figura 6.4.- Generador i en un sistema de m unidades

Es decir:

$$P_{mi} - P_{gi} = \frac{d}{dt}(EC_i) + P_{Di} \quad (6.3)$$

donde:

EC_i : Energía cinética de la máquina i
 P_{Di} : Potencia de amortiguación de la máquina i

Energía cinética EC_i : representa la energía cinética total de la unidad i . Se expresa habitualmente en Megawatt-segundo (MW-s) o MegaJoule (MJ) de acuerdo a la expresión (6.4).

$$EC_i = \frac{1}{2} J_i \omega_i^2 \quad (6.4)$$

J_i : Inercia de la i -ésima máquina
 ω_i : Velocidad angular del generador i

Derivando EC_i respecto al tiempo y haciendo $M_i = J_i \omega_i$ se obtiene

$$\frac{d}{dt}(EC_i) = J_i \omega_i \frac{d\omega_i}{dt} = M_i \frac{d^2\theta_i}{dt^2} \quad (6.5)$$

donde:

θ_i : Posición angular del rotor de la máquina i respecto a un eje fijo en grados o radianes eléctricos.
 M_i : Momento angular del Máquina i

Se ha determinado que es más conveniente medir la posición angular del rotor θ_i y su velocidad angular ω_i respecto a un eje de referencia que gira a velocidad sincrónica, que hacerlo respecto a un eje estacionario. De este modo, si consideramos la Figura 6.5, donde ω_s es la velocidad sincrónica y δ_i es el desplazamiento angular del rotor respecto al eje que gira a la velocidad sincrónica, se puede escribir:

$$\theta_i = \delta_i + \theta_s = \delta_i + \omega_s t \quad (6.6)$$

y por lo tanto:

$$\frac{d}{dt}(EC_i) = M_i \frac{d^2\delta_i}{dt^2} \quad (6.7)$$

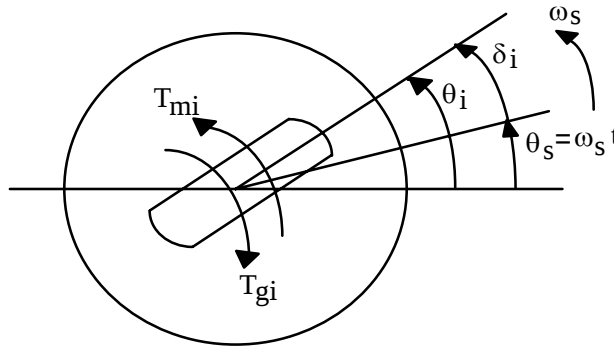


Figura 6.5.- Representación esquemática de un generador síncrono

Torque o potencia de amortiguación: A medida que la velocidad del rotor se desvía respecto a la sincrónica, se inducen corrientes en los enrollados de amortiguación del rotor que desarrollan un torque resistente. Este torque resistente aumenta con la velocidad relativa ($d\delta_i/dt$) y usualmente se supone proporcionalidad entre el torque o la potencia P_{Di} y la velocidad, a través de un parámetro positivo D_i del generador medido en MW/(rad elect/seg) o sea:

$$P_{Di} = D_i \frac{d\delta_i}{dt} \quad (6.8)$$

Por lo tanto, la ecuación de oscilación de la máquina i queda:

$$P_{mi} - P_{gi} = M_i \frac{d^2 \delta_i}{dt^2} + D_i \frac{d \delta_i}{dt} \quad (6.9)$$

Debido a que el trabajo básico del enrollado de amortiguación es suministrar un torque extra de estabilización, normalmente se desprecia su efecto en la ecuación de oscilación. De este modo se obtienen resultados más seguros en el análisis y se simplifican los cálculos. Según esto, la ecuación de oscilación es:

$$P_{ai} = P_{mi} - P_{gi} = M_i \frac{d^2 \delta_i}{dt^2} \quad (6.10)$$

donde $P_{ai} = P_{mi} - P_{gi}$, es la potencia de aceleración.

Constante de Inercia H: Se define como la razón entre la energía cinética almacenada por la máquina girando a velocidad síncrona y la potencia aparente nominal de la máquina. Es decir:

$$H_i = \frac{EC_i}{G_i} \quad (6.11)$$

Donde G_i es la potencia aparente nominal de la máquina. Si EC_i se mide en MegaJoule y G_i en MVA, H resulta medida en segundos. El valor de H varía muy poco con el tamaño de la máquina (2-8 segundos); en cambio M depende del tamaño y tipo de máquina, por lo que se prefiere utilizar H en la ecuación (6.10).

A partir de (6.4) y considerando (6.11), se puede escribir:

$$EC_i = \frac{1}{2} J_i \omega_i^2 = \frac{1}{2} M_i \omega_i = H_i G_i \quad (6.12)$$

de donde se obtiene:

$$M_i = \frac{G_i H_i}{\frac{1}{2} \omega_i} = \frac{G_i H_i}{\pi f} = \frac{G_i H_i}{180 f} \quad (6.13)$$

Según el ángulo δ_i se mida en radianes eléctricos o grados eléctricos, respectivamente y donde f representa la frecuencia de operación del sistema. Por lo tanto la ecuación (6.10) queda:

$$P_{ai} = P_{mi} - P_{gi} = \frac{G_i H_i}{180 f} \frac{d^2 \delta_i}{dt^2} \quad (6.14)$$

Con δ_i medido en grados eléctricos. La expresión (6.14) puede expresarse en tanto por unidad base propia, dividiéndola por la potencia aparente nominal de generador. De esta forma se tiene finalmente:

$$P_{ai}(\text{pu}) = P_{mi}(\text{pu}) - P_{gi}(\text{pu}) = \frac{H_i}{180 f} \frac{d^2 \delta_i}{dt^2} \quad (6.15)$$

La potencia eléctrica entregada por el generador durante la perturbación depende de la fem detrás de la reactancia transitoria E' y de la corriente I, de manera que:

$$P_{gi} = \text{Re al} \left\{ \dot{E}' I^* \right\} \quad (6.16)$$

La corriente I depende del comportamiento de toda la red eléctrica. Como la potencia mecánica permanece prácticamente constante mientras no se modifique el control de velocidad (en el primer segundo)

las variaciones de frecuencia son pequeñas, de manera que se puede suponer sin gran error que todos los elementos estáticos del sistema (líneas, transformadores, etc.) operan en condiciones cuasi estacionarias, hecho que simplifica los cálculos. En vez de la corriente I puede usarse también la tensión en bornes V (o la tensión constante en alguna otra barra cercana).

6.2.5. Ecuaciones de oscilación en un sistema multigenerador

Consideremos un SEP alimentado por m generadores como se indica en la Figura 6.6, donde se supone que las reactancias transientes de los generadores están incluidas en la red pasiva del sistema.

Empleando el método nodal de resolución de circuitos, para la red de un SEP de m barras (nudos) se puede escribir:

$$[I_B] = [Y_B][E_B] \quad (6.17)$$

donde: $[I_B]$ es el vector de corrientes inyectadas en las barras; $[E_B]$ vector de tensiones de barras e $[Y_B]$ es la Matriz de admitancia de barras, que se pueden escribir como:

$$[I_B] = [\dot{I}_1 \quad \dot{I}_2 \cdots \dot{I}_i \cdots \dot{I}_m]^t \quad (6.18)$$

$$[E_B] = [\dot{E}'_1 \quad \dot{E}'_2 \cdots \dot{E}'_i \cdots \dot{E}'_m]^t \quad (6.19)$$

$$[Y_B] = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \cdots & Y_{1i} \cdots & Y_{1m} \\ Y_{21} & Y_{22} \cdots & Y_{2i} \cdots & Y_{2m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Y_{i1} & Y_{i2} \cdots & Y_{ii} \cdots & Y_{im} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Y_{m1} & Y_{m2} \cdots & Y_{mi} \cdots & Y_{mm} \end{bmatrix} \quad (6.20)$$

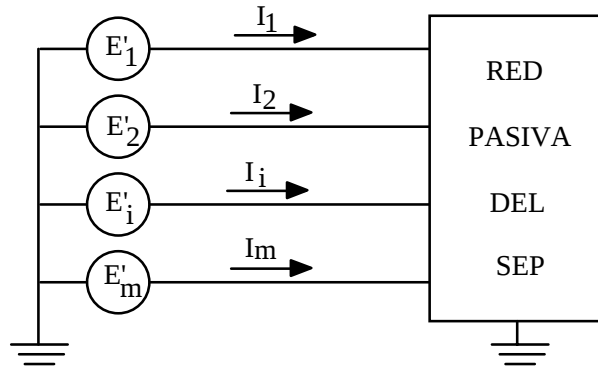


Figura 6.6.- Sistema multigenerador

Considerando las ecuaciones (6.17) a (6.20), se puede escribir:

$$\dot{I}_i = Y_{i1}\dot{E}'_1 + Y_{i2}\dot{E}'_2 + \cdots + Y_{ii}\dot{E}'_i + \cdots + Y_{im}\dot{E}'_m = \sum_{j=1}^m Y_{ij}\dot{E}'_j \quad (6.21)$$

por lo tanto, la potencia compleja suministrada por el i -ésimo generador es:

$$\dot{S}_{gi} = P_{gi} + jQ_{gi} = \dot{E}'_i I_i^* = \dot{E}'_i \sum_{j=1}^m Y_{ij}^* \dot{E}'_j^* \quad (6.22)$$

suponiendo que:

$$\dot{E}_j' = E_j' \angle \delta_j \quad \dot{Y}_{ij} = Y_{ij} \angle \varphi_{ij} \quad (6.23)$$

Se tiene que:

$$P_{gi} + jQ_{gi} = \sum_{j=1}^m E_i' E_j' Y_{ij} \angle (\delta_i - \delta_j - \varphi_{ij}) \quad (6.24)$$

de donde:

$$P_{gi} = \sum_{j=1}^m E_i' E_j' Y_{ij} \cos(\varphi_{ij} + \delta_j - \delta_i) \quad (6.25)$$

Es decir, la potencia suministrada a la red por una unidad cualquiera, depende de las posiciones angulares δ_j de todo el resto de los generadores, además de la propia δ_i , ambas funciones del tiempo. La admitancia Y_{ij} sufre cambios discontinuos debido a los cambios topología de la red (prefalla, en falla, falla despejada, reconexión, etc.)

En el cálculo de P_{gi} se ha supuesto que las velocidades de las máquinas permanecen constantes, en consecuencia se tendrá un sistema de ecuaciones diferenciales simultáneas de la forma:

$$\begin{aligned} P_{m1} - P_{g1}(\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_i, \dots, \delta_m) &= M_1 \frac{d^2 \delta_1}{dt^2} \\ P_{m2} - P_{g2}(\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_i, \dots, \delta_m) &= M_2 \frac{d^2 \delta_2}{dt^2} \\ P_{mi} - P_{gi}(\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_i, \dots, \delta_m) &= M_i \frac{d^2 \delta_i}{dt^2} \\ P_{mm} - P_{gm}(\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_i, \dots, \delta_m) &= M_m \frac{d^2 \delta_m}{dt^2} \end{aligned} \quad (6.26)$$

En general, la solución del sistema de ecuaciones diferenciales anterior resulta laboriosa, aún para el caso simplificado de representación de los generadores aquí supuestos.

6.2.6. Estudio de la ecuación de oscilación de un generador conectado a una barra infinita

Esta situación, si bien es cierto, es la más simple posible, tiene importancia desde un punto de vista didáctico y práctico ya que muchas situaciones reales pueden ser reducidas a esta forma simple equivalente. Según (6.15), la ecuación de oscilación en este caso es de la forma:

$$P_a = P_m - P_g = M \frac{d^2 \delta}{dt^2} = \frac{H}{180 f} \frac{d^2 \delta}{dt^2} \quad (6.27)$$

donde P_a , P_m , P_g y M están en “tanto por unidad” y δ en grados eléctricos.

- **Potencia mecánica suministrada al generador:** Los cambios de P_m dependen enteramente de la acción de los controles potencia-frecuencia. En el instante de la perturbación e inmediatamente después hasta el lapso de 1 segundo aproximadamente, la potencia de la máquina motriz P_m es sustancialmente constante, o sea:

$$P_m(0^-) = P_m(0^+) = P_m \quad (6.28)$$

- **Potencia suministrada por el generador durante la perturbación al sistema:** En régimen permanente, la potencia activa suministrada por un generador de polos cilíndrico o de polos salientes está dada respectivamente por:

$$P_g = \frac{EV}{X_d} \sin \delta$$

$$P_g = \frac{EV}{X_d} \sin \delta + \frac{X_d - X_q}{2X_d X_q} V^2 \sin 2\delta \quad (6.29)$$

En los estudios simplificados de estabilidad transiente, para calcular la potencia activa suministrada por un generador, ya sea de polos cilíndricos o de polos salientes, se utiliza el circuito equivalente aproximado que se muestra en la Figura 6.7, en cuyo caso:

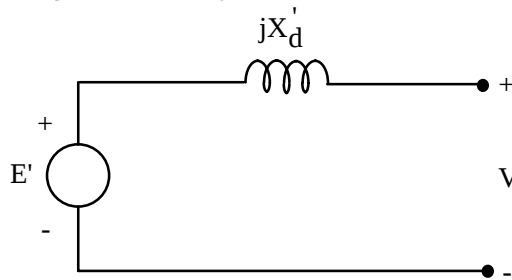


Figura 6.7.- Circuito equivalente de una máquina síncrona para estudios de estabilidad transiente

$$P_g = \frac{E'V}{X_d'} \sin \delta \quad (6.30)$$

- **Análisis de la ecuación de oscilación:** Supongamos por ejemplo, que la línea que une el generador y la barra infinita (o sea el resto del sistema) sufre un cortocircuito trifásico. Los relés de protección harán desconectar la línea y una fracción de segundo después, la línea será reconectada. Suponiendo que la falla ha terminado se volverá a la situación original o se producirá el fenómeno de inestabilidad según sea la situación que corresponda y que se analizará luego. Consideraremos dos períodos:
- **Durante la falla:** En este período $P_g=0$ y $P_m=\text{constante}$ y la ecuación (6.27) queda:

$$P_m = M \frac{d^2 \delta}{dt^2} \quad (6.31)$$

La solución de esta ecuación diferencial, considerando que en $t=0$, $\delta = \delta_0$ y $d\delta/dt = 0$, queda:

$$\delta(t) = \delta_0 + \frac{P_m}{2M} t^2 \quad (6.32)$$

En la Figura 6.8 se ha dibujado esta solución, donde se aprecia que la máquina aumenta indefinidamente su ángulo de torque. En consecuencia se producirá una aceleración brusca de la máquina, perdiéndose rápidamente el sincronismo, si no se elimina la causa; es decir si no actúan las protecciones.

- **Reconexión de la línea:** Inmediatamente después que se reconecta la línea (y suponiendo que la falla ha sido eliminada) la potencia P_g pasa bruscamente al punto “a” de la Figura 6.8, en que:

$$P_g = \frac{E'V}{X} \sin \delta_r \quad (6.33)$$

X corresponde a la reactancia existente entre E' y V es decir, incluye la reactancia de la línea. Se establece entonces una potencia desacelerante P_{des} que depende de δ , es decir:

$$P_{des} = P_m - \frac{E'V}{X} \sin\delta \quad (6.34)$$

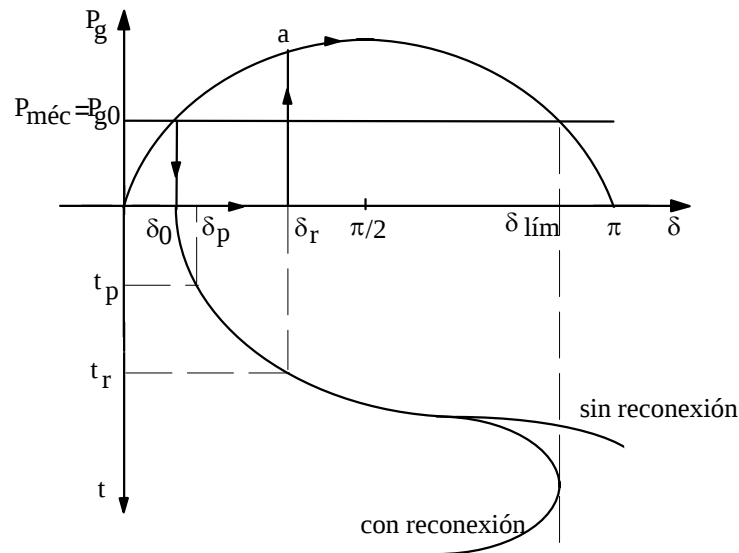


Figura 6.8.- Solución de la Ecuación de oscilación para una máquina síncrona

Por lo tanto, la ecuación de oscilación en este período es:

$$P_m - \frac{E'V}{X} \sin\delta = M \frac{d^2\delta}{dt^2} \quad (6.35)$$

que no tiene solución analítica simple y en su resolución se deben utilizar métodos numéricos, pero se comprende que δ crecerá a menor velocidad y que el resultado final depende del instante de reconexión. Si la reconexión ocurre oportunamente δ deja de crecer y a pesar de que $\delta_{lim} > \pi/2$, se conserva el sincronismo, tal como se muestra en la Figura 6.8.

Es conveniente hacer notar que en muchos casos, durante la falla, el generador sigue suministrando potencia (cortocircuitos monofásicos, bifásicos, fases abiertas), es decir, $P_g \neq 0$ durante este período y por lo tanto, la ecuación de oscilación en esta etapa, tendrá la misma forma indicada en (6.35).

Ejemplo 6.1. El sistema de la Figura 6.9 está entregando la potencia indicada a la barra infinita, cuyo voltaje es el nominal, cuando se produce un cortocircuito monofásico a tierra en el punto P (al medio de la línea). La falla es despejada simultáneamente por ambos interruptores (en forma monopolar). Determine las ecuaciones de $P_g(\delta)$ antes de falla, en falla y en falla despejada. Todos los datos en % están en base 50 MVA.

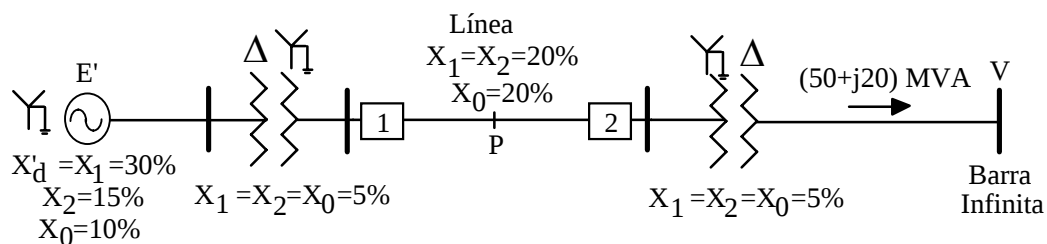


Figura 6.9

Solución:

a) Antes de falla o en condiciones de prefalla: El circuito equivalente por fase se muestra en la Figura 6.3

En el circuito de la Figura 6.10, con $\dot{V} = 1 \angle 0^\circ$, se tiene:

$$\dot{I} = \left[\frac{S}{V} \right]^* = \frac{1 - j0,4}{1 \angle 0^\circ} = 1,077 \angle -21,8^\circ$$

$$\dot{E}' = 1 \angle 0^\circ + j0,6 * 1,077 \angle -21,8^\circ = 1,3775 \angle 25,82^\circ$$

$$P_{gAF} = \frac{E' * V}{X_{ab}} * \sin \delta = \frac{1,3775 * 1}{0,6} * \sin \delta = 2,2958 \sin \delta$$

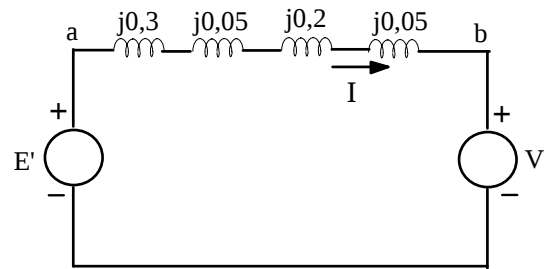


Figura 6.10

b) En falla: Las mallas de secuencia cero y negativa se muestran en las Figuras 6.11 y 6.12.

- Secuencia cero

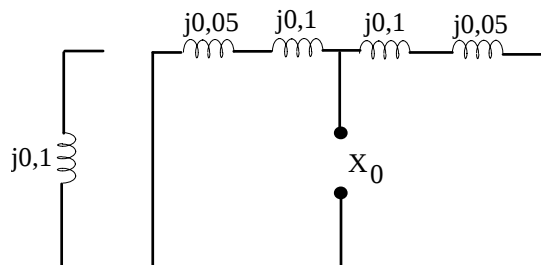


Figura 6.11

- Secuencia negativa

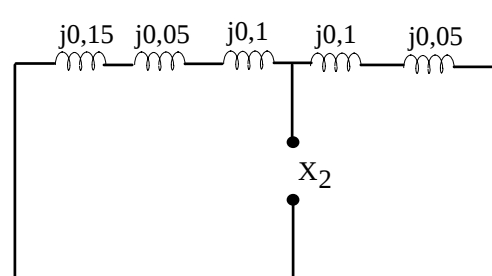


Figura 6.12

Las impedancias de secuencia cero y negativa son respectivamente:

$$X_0 = \frac{0,15}{2} = 0,075 \text{ (pu)}$$

$$X_2 = \frac{0,3 * 0,15}{0,3 + 0,15} = 0,1 \text{ (pu)}$$

Estas reactancias se agregan a la malla de secuencia positiva en serie en el punto de falla, tal como se indica en la Figura 6.13

- Malla de secuencia positiva incluyendo las impedancias de secuencia cero y negativa

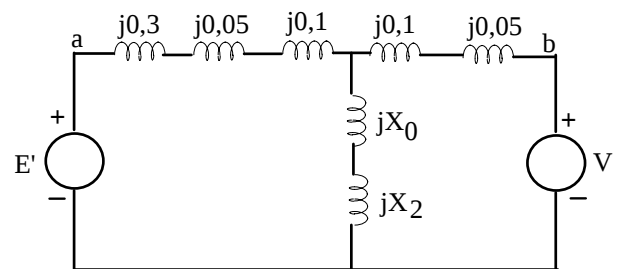


Figura 6.13

La reactancia X_{ab} se encuentra utilizando la expresión de transformación de estrella a delta en la Figura 6.13; es decir:

$$X_{ab} = \frac{0,45 * 0,15 + 0,15 * 0,175 + 0,175 * 0,45}{0,175} = 0,9857$$

$$P_{gF} = \frac{E' * V}{X_{ab}} * \sin \delta = \frac{1,3775 * 1}{0,9857} * \sin \delta = 1,3975 \sin \delta$$

c) En falla despejada: Queda una fase abierta en dos puntos. Las mallas de secuencia cero, negativa y positiva son las indicadas en las Figuras 6.14 a 6.16

- Secuencia cero

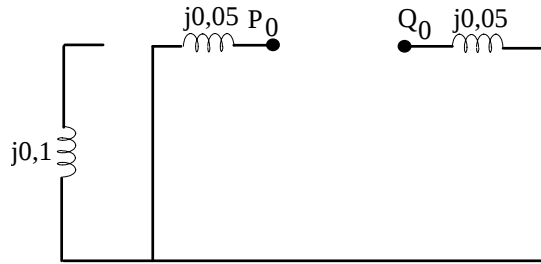


Figura 6.14

Las mallas de secuencia quedan conectadas tal como se muestra en la Figura 6.17, que corresponde a la Figura 4.45, donde:

$$E'_A = E' \quad \text{y} \quad E'_B = V$$

$$Z_1 = j0,35; \quad Z'_1 = j0,05$$

$$Z_2 = j0,2; \quad Z'_2 = j0,05$$

$$Z_0 = Z'_0 = j0,05$$

- Secuencia negativa

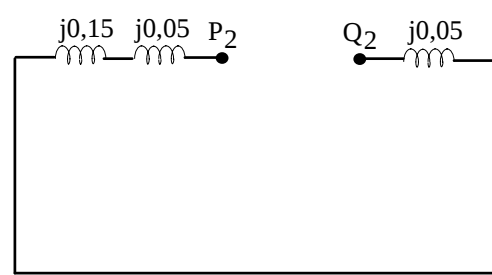


Figura 6.15

- Malla de secuencia positiva

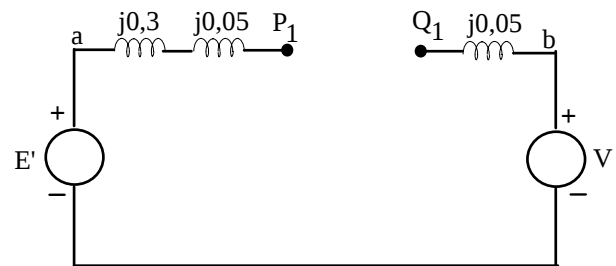


Figura 6.16

$Z_A = \infty$ y Z_B corresponde a la impedancia de la línea que está abierta en dos puntos (se abrieron los dos interruptores simultáneamente); es decir:

$$Z_B = jX_1 = jX_2 = jX_0 = j0,2 \text{ (pu)}$$

Por lo tanto, la reactancia X_{ab} entre E' y V queda:

$$X_{ab} = X_1 + \frac{(X_2 + X_B + X'_2) * (X_0 + X_B + X'_0)}{(X_2 + X_B + X'_2) + (X_0 + X_B + X'_0)} + X_B + X'_1$$

$$X_{ab} = 0,35 + \frac{(0,2 + 0,2 + 0,05) * (0,05 + 0,2 + 0,05)}{(0,2 + 0,2 + 0,05) + (0,05 + 0,2 + 0,05)} + 0,2 + 0,05 = 0,78$$

$$P_{gFD} = \frac{E' * V}{X_{ab}} * \sin \delta = \frac{1,3775 * 1}{0,78} * \sin \delta = 1,766 \sin \delta$$

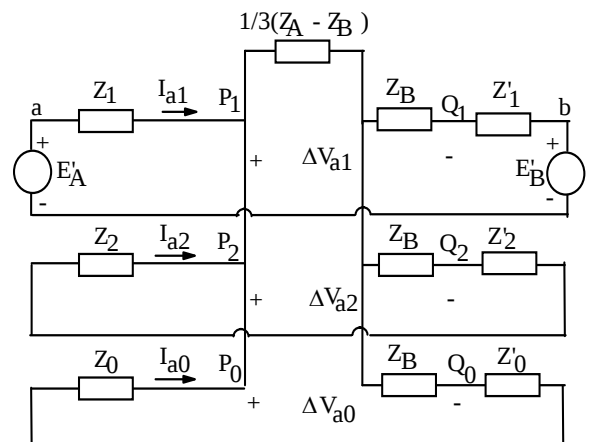


Figura 6.17

6.2.7. Algunos métodos de solución de la Ecuación de Oscilación

Existen diferentes métodos para la evaluación numérica de las ecuaciones planteadas en (6.35), tales como Punto a Punto, Euler, Euler Modificado, Runge-Kutta, etc. La mayoría de ellos son prácticos solamente cuando se emplean computadores, sobre todo si se estudia sistemas de gran tamaño. Se trata de determinar δ como función de t , graficando la respuesta y de esta forma saber si el sistema es estable o no. Se estudiará a continuación algunos de ellos, con el fin de ver sus características y posibilidades de aplicación.

a. Método punto a punto (Solución por partes): Es un método simple, que permite realizar cálculos a mano y por lo tanto es aplicable sólo a sistemas pequeños. Se divide el tiempo total de estudio en n intervalos

de duración Δt segundos cada uno, tal como se indica en la Figura 6.18. Generalmente se utiliza un $\Delta t = 0,05$ segundos y el cálculo se hace bajo las siguientes suposiciones:

- La potencia de aceleración determinada al comienzo de un intervalo, es constante desde la mitad del intervalo anterior hasta la mitad del intervalo considerado. En algunos casos, en vez de la potencia de aceleración se emplea la aceleración angular.
- La velocidad angular es constante en cada intervalo e igual al valor calculado para la mitad del mismo.

Por supuesto, ninguna de las condiciones anteriores es exacta ya que δ está cambiando continuamente y tanto P_a como ω' son funciones de δ . A medida que el intervalo de tiempo disminuye, la curva de oscilación calculada de esta forma se hace más exacta.

La Figura 6.18 ayuda a visualizar estas suposiciones. La potencia de aceleración se calcula en los puntos encerrados en círculos en los extremos de los intervalos $n-2$, $n-1$ y n , que son los comienzos de los intervalos $n-1$, n y $n+1$ respectivamente. La velocidad angular ω' corresponde a $d\delta/dt$, es decir al exceso de la velocidad angular de la máquina, sobre la velocidad síncrona ω_s . Entre las ordenadas $n-3/2$ y $n-1/2$ hay un cambio de velocidad originado por la potencia de aceleración constante.

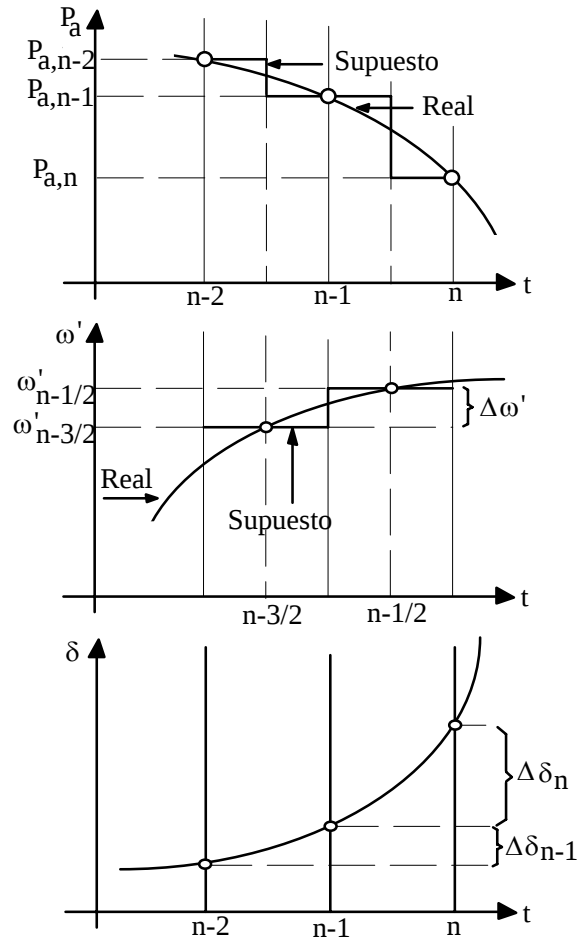


Figura 6.18.- Valores supuestos y reales de P_a , ω' y δ

El cambio de velocidad es igual al producto de la aceleración por el intervalo de tiempo:

$$\omega'_{n-1/2} - \omega'_{n-3/2} = \frac{d^2\delta}{dt^2} \Delta t = \frac{180 f}{H} P_{a,n-1} \Delta t \quad (6.36)$$

La variación del ángulo δ en un intervalo cualquiera es igual al producto de la velocidad ω' en el intervalo por el tiempo. Así, el cambio de δ durante el intervalo $n-1$ es

$$\Delta \delta_{n-1} = \delta_{n-1} - \delta_{n-2} = \omega'_{n-3/2} \Delta t \quad (6.37)$$

y durante el intervalo n

$$\Delta \delta_n = \delta_n - \delta_{n-1} = \omega'_{n-1/2} \Delta t \quad (6.38)$$

Restando (6.37) a (6.38) e introduciendo el resultado en (6.36), se obtiene:

$$\Delta \delta_n = \Delta \delta_{n-1} + k P_{a,n-1} \quad \text{con} \quad k = \frac{180 f}{H} (\Delta t)^2 \quad (6.39)$$

Luego:

$$\delta_n = \delta_{n-1} + \Delta\delta_n \quad (6.40)$$

La ecuación (6.40) permite obtener δ como función del tiempo o sea corresponde a la solución paso a paso de la ecuación de oscilación. Por otra parte, la velocidad ω' se puede determinar a partir de (6.39), dividiendo por Δt y se obtiene:

$$\omega'_n = \omega'_{n-1} + \frac{k}{\Delta t} P_{a,n-1} \quad (6.41)$$

• **Discontinuidad en la potencia de aceleración:** Cuando ocurre una falla, se produce una discontinuidad en la potencia de aceleración P_a que tiene un valor cero antes de la falla y un valor distinto de cero después de ésta. Esta discontinuidad ocurre al comienzo del fenómeno (cuando $t = 0$). Lo mismo sucede cuando se producen aperturas de interruptores, reconexiones, etc. Teniendo en cuenta que este método supone que la potencia de aceleración calculada al comienzo del intervalo es constante desde la mitad del intervalo anterior hasta la mitad del intervalo que está siendo considerado y que en este caso se tiene dos valores distintos para la potencia acelerante, se debe tomar el valor promedio de estos valores como la potencia acelerante constante. En general, para una discontinuidad en un tiempo t se tiene:

$$P_a(t) = \frac{P_a(t^-) + P_a(t^+)}{2} \quad (6.42)$$

En el caso en que la discontinuidad ocurra en el punto medio del intervalo no hay necesidad de emplear (6.42) pues el método contempla una discontinuidad justamente en ese punto. En otro caso, conviene aproximar al más cercano, esto es, al comienzo o al medio del intervalo, según corresponda.

Ejemplo 6.2. Las ecuaciones de $P_g = P_g(\delta)$ de un sistema generador-barra infinita son las siguientes: $P_{gAF} = 3 \sin \delta$ (pu); $P_{gF} = 0,5 \sin \delta$ (pu) y $P_{gFD} = 1,5 \sin \delta$ (pu). La potencia mecánica de entrada es de 1,2 (pu), la frecuencia es de 50 Hz y la constante de inercia es de 4 seg. Si la falla se despeja a los 0,2 seg de iniciada y se realiza una reconexión exitosa 0,15 seg después del despeje:

- Dibujar las curvas de $P_g = P_g(\delta)$, indicando en forma aproximada, las áreas acelerantes y desacelerantes.
- Determinar (utilizando exclusivamente la curva de oscilación) si el sistema es estable,.

Solución:

a) Curvas de $P_g = P_g(\delta)$: Se muestran en la Figura 6.19, donde:

$$\delta_0 = \sin^{-1}(1,2/3) = 23,5782^\circ$$

$$\delta_{\text{lím}} = 180^\circ - \sin^{-1}(1,2/3)$$

$$\delta_{\text{lím}} = 156,4218^\circ$$

b) Estabilidad: Se debe resolver la ecuación de oscilación. Usando el método punto a punto, con $\Delta t = 0,05$ seg, se tiene:

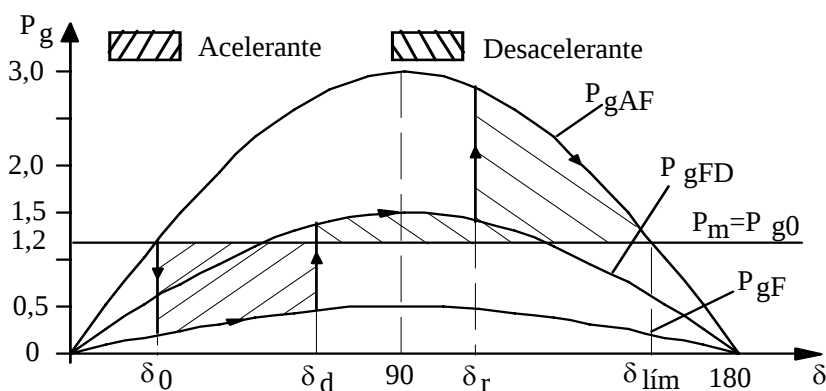


Figura 6.19

$$K = \frac{180 * f * (\Delta t)^2}{H} = \frac{180 * 50 * (0,05)^2}{4} = 5,625$$

Tabla 6.1. Aplicación del Método punto a punto

T	P _m	P _g	P _a	K*P _a	Δδ	δ	ω'
0 ⁻	1,2	1,2	0	-	0	23,5782	0
0 ⁺	1,2	0,2	1	-	0	23,5782	0
0 ^p	-	-	0,5	2,8125	0	23,5782	0
0,05	1,2	0,2222	0,9778	5,5001	2,8125	26,3907	0,9817
0,1	1,2	0,2847	0,9153	5,1486	8,3126	34,7033	2,9016
0,15	1,2	0,3725	0,8275	4,6547	13,4612	48,1645	4,6988
0,2	1,2	0,4578	0,7422	4,1749	18,1159	66,2804	6,3236
0,2 ⁻	1,2	0,4578	0,7422	-	18,1159	66,2804	6,3236
0,2 ⁺	1,2	1,3733	-0,1733	-	18,1159	66,2804	6,3236
0,2 ^p	-	-	0,2845	1,6003	18,1159	66,2804	6,3236
0,25	1,2	1,4963	-0,2963	-1,6667	19,7162	85,9966	6,8823
0,3	1,2	1,4552	-0,2552	-1,4355	18,0495	104,0461	6,3005
0,35	1,2	1,2903	-0,0903	-0,5081	16,6140	120,6601	5,7994
0,35 ⁻	1,2	1,2903	-0,0903	-	16,6140	120,6601	5,7994
0,35 ⁺	1,2	2,5806	-1,3806	-	16,6140	120,6601	5,7994
0,35 ^p	-	-	-0,7355	-4,1372	16,6140	120,6601	5,7994
0,4	1,2	2,1892	-0,9890	-5,5631	12,4770	133,1371	4,3553
0,45	1,2	1,9263	-0,7263	-4,0854	6,9139	140,0510	2,4134
0,5	1,2	1,8105	-0,6105	-3,4341	2,8285	142,8795	0,9873
0,55	1,2	1,8357	-0,6357	-3,5758	-0,6056	142,2739	-0,2114

Conclusión: Como el ángulo deja de crecer y empieza a disminuir, el sistema es estable transitoriamente.

b. Método de Euler: Constituye un algoritmo relativamente sencillo, aunque poco preciso para determinar y en la ecuación diferencial $dy/dt = f(y)$. La fórmula de recurrencia es:

$$y_{i+1} = y_i + \Delta t f(y_i) \quad (6.43)$$

Es decir, el valor al final del intervalo se obtiene a partir del que se tiene al comienzo del mismo y de la derivada evaluada también al inicio de éste. Esto hace que sea poco preciso cuando la derivada cambia con rapidez dentro del intervalo, lo que obliga a trabajar con intervalos pequeños.

En este problema, el tiempo total t se divide en n intervalos de Δt seg y se supone potencia acelerante constante en cada intervalo e igual al valor que tiene al comienzo. La ecuación (6.35), se puede escribir:

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{P_m - P_g(\delta)}{M} \quad (6.44)$$

para luego transformarla en dos ecuaciones de primer orden de la forma:

$$\begin{aligned} \frac{d\delta}{dt} &= \omega' \\ \frac{d\omega'}{dt} &= \frac{P_m - P_g(\delta)}{M} \end{aligned} \quad (6.45)$$

cuyas ecuaciones de solución de acuerdo con (6.43), son:

$$\begin{aligned} \delta_{i+1} &= \delta_i + \omega'_i \Delta t \left(\frac{180}{\pi} \right) \\ \omega'_{i+1} &= \omega'_i + \frac{P_m - P_g(\delta_i)}{M} \Delta t \end{aligned} \quad (6.46)$$

Como $P_g(\delta)$ sufre cambios discontinuos es necesario acomodar Δt para que cuando ocurra algún caso de éstos, se quede al comienzo del intervalo, lo que significa dejar flexibilidad en cuanto al intervalo.

c. Método de Euler Modificado: En este método, la ecuación diferencial $dy/dt = f(y)$ se resuelve utilizando la expresión:

$$y_{i+1} = y_i + \frac{f(y_{i+1}^*) + f(y_i)}{2} \Delta t \quad (6.47)$$

donde y_{i+1}^* es un valor auxiliar que corresponde a una predicción del valor de y_{i+1} , que se obtiene utilizando la fórmula de Euler, ecuación (6.43). El valor y_{i+1} de (6.47) es el valor mejorado o corregido.

Aplicado al problema dado por (6.45), la predicción se obtienen usando (6.46) y luego se aplica (6.48):

$$\begin{aligned} \delta_{i+1} &= \delta_i + \frac{\omega'_{i+1} + \omega'_i}{2} \Delta t \frac{180}{\pi} \\ \omega'_{i+1} &= \omega'_i + \frac{2P_m - P_g(\delta_{i+1}^*) - P_g(\delta_i)}{2M} \Delta t \end{aligned} \quad (6.48)$$

d. Método de Runge-Kutta de 4º orden: Este método es más conveniente que los anteriores, ya que mejora la precisión y se pueden considerar intervalos mayores de tiempo, lo que significa resolver una menor cantidad de flujos de potencia en el sistema. Aunque la cantidad de cálculos es mayor en cada punto, la disminución en el número de veces que hay que resolver las ecuaciones algebraicas, lo hace de todas formas muy conveniente. Las expresiones quedan:

$$\begin{aligned} \delta_{i+1} &= \delta_i + \frac{1}{6} (D_1 + 2D_2 + 2D_3 + D_4) \Delta t \\ \omega'_{i+1} &= \omega'_i + \frac{1}{6} (W_1 + 2W_2 + 2W_3 + W_4) \Delta t \end{aligned} \quad (6.49)$$

con:

$$\begin{aligned} D_1 &= \omega'_i \\ W_1 &= \frac{\omega_s}{T_a} [P_m - P_g(\delta_i)] - D \omega'_i \\ D_2 &= \omega'_i + \frac{W_1 \Delta t}{2} \\ W_2 &= \frac{\omega_s}{T_a} \left[P_m - P_g\left(\delta_i + D_1 \frac{\Delta t}{2}\right) \right] - D \left(\omega'_i + W_1 \frac{\Delta t}{2} \right) \\ D_3 &= \omega'_i + W_2 \frac{\Delta t}{2} \\ W_3 &= \frac{\omega_s}{T_a} \left[P_m - P_g\left(\delta_i + D_2 \frac{\Delta t}{2}\right) \right] - D \left(\omega'_i + W_2 \frac{\Delta t}{2} \right) \\ D_4 &= \omega'_i + W_3 \Delta t \\ W_4 &= \frac{\omega_s}{T_a} [P_m - P_g(\delta_i + D_3 \Delta t)] - D(\omega'_i + W_3 \Delta t) \end{aligned} \quad (6.50)$$

En las expresiones anteriores se ha incluido la constante asociada a los roces mecánicos y efecto de los enrollados amortiguadores D y el tiempo de arranque del generador o constante de aceleración T_a , definido como el tiempo necesario para alcanzar la velocidad síncrona, al partir con torque nominal constante. El tiempo de arranque T_a equivale a 2 veces la constante de inercia H .

6.2.8. Criterio de Areas Iguales

La curva de oscilación permite determinar si un sistema formado por un generador conectado a una barra infinita (o una situación equivalente) es estable o inestable después de una perturbación brusca e importante. Si la curva muestra que el ángulo tiende a crecer sin límite, el sistema es inestable, por otra parte, si después de todas las perturbaciones (incluyendo desconexión y reconexión de líneas, por ejemplo), el ángulo alcanza un máximo y luego disminuye, puede decirse que el sistema es estable.

En general, la estabilidad o inestabilidad del sistema depende en forma decisiva del hecho de si la falla es sostenida (permanente) o si se elimina en un tiempo determinado. Existe un tiempo máximo permisible para eliminar la falla tal que el sistema sea estable. Este tiempo medido respecto a la iniciación de la falla, se denomina "tiempo crítico de aclaramiento".

El emplear la curva de oscilación en forma exclusiva para determinar el tiempo crítico de despeje, por ejemplo, es un método de aproximaciones sucesivas, por lo que no es eficiente. El método consiste en calcular la curva de oscilación para falla sostenida y luego para distintos tiempos de despeje supuestos. Del análisis de todas las diferentes curvas se determina el tiempo crítico de despeje.

El criterio de áreas iguales, permite determinar fácilmente el ángulo crítico de despeje y a partir de la curva de oscilación calculada para falla sostenida (permanente) o empleando un procedimiento indirecto, calcular el tiempo correspondiente a este ángulo crítico.

Consideremos nuevamente la ecuación de oscilación de un generador conectado a una barra infinita.

$$M \frac{d^2\delta}{dt^2} = P_m - P_g \quad (6.51)$$

Multiplicando toda la expresión por $2(d\delta/dt)/M$ y arreglando adecuadamente se puede escribir:

$$\frac{d\delta}{dt} = \sqrt{\frac{2}{M} \int_{\delta_0}^{\delta} (P_m - P_g) d\delta} \quad (6.52)$$

donde δ_0 es el ángulo inicial de la perturbación y $d\delta/dt = \omega'$ (exceso de la velocidad angular respecto a la síncrona). Cuando $d\delta/dt = 0$ significa que $\omega' = 0$; es decir, la velocidad del generador es igual a la velocidad síncrona y se ha alcanzado el valor máximo de la curva de oscilación. Por supuesto la máquina no permanecerá en reposo respecto a la barra infinita, la primera vez que $d\delta/dt$ se haga cero, pero el hecho que δ deje de variar momentáneamente puede interpretarse como una indicación de estabilidad.

Para $d\delta/dt = 0$, la expresión (6.52) queda:

$$\int_{\delta_0}^{\delta} (P_m - P_g) d\delta = 0 \quad (6.53)$$

Ecuación que puede interpretarse gráficamente mediante la curva $P_g = f(\delta)$ del generador conectado a la barra infinita y considerando una perturbación o falla específica.

Supongamos que la línea que une al generador con la barra infinita sufre un cortocircuito trifásico y que después de un cierto intervalo de tiempo se la reconecta cuando la falla ha sido eliminada. La situación puede ilustrarse como se indica en la Figura 6.20.

En la Figura 6.20, el área A_1 es acelerante ($A_1 > 0$) y A_2 es área desacelerante ($A_2 < 0$). La ecuación (6.53) aplicada a este caso resulta:

$$\int_{\delta_0}^{\delta} (P_m - P_g) d\delta = A_1 + (-A_2) = 0 \quad \Rightarrow A_1 = A_2 \quad (6.54)$$

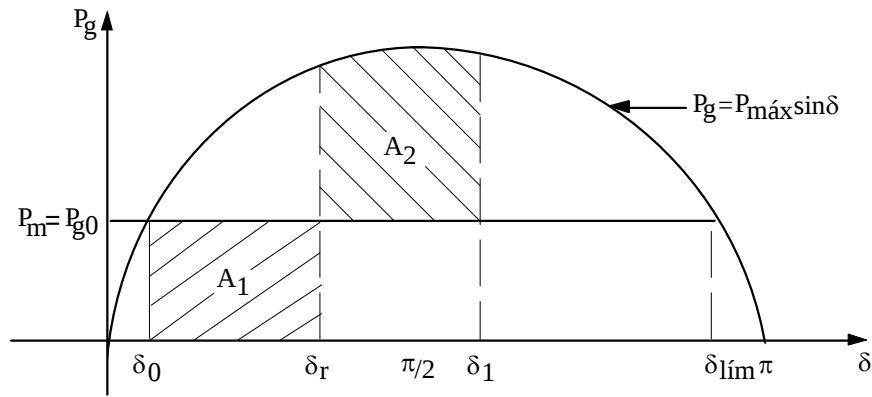


Figura 6.20.- Aplicación del criterio de áreas iguales a un sistema generador-línea-barra infinita, falla trifásica

Esto significa que el sistema será estable si después de reconectar la línea en un tiempo correspondiente a δ_r , el generador oscila hasta un ángulo máximo δ_1 , tal que $A_1 = A_2$. Lo anterior constituye el criterio de áreas iguales para determinar la estabilidad transiente.

Por otra parte si δ_r es tal que $\delta_1 > \delta_{lim}$, el sistema será inestable y $A_1 \neq A_2$, de modo que el valor máximo de δ_r o sea el ángulo crítico de aclaramiento (de reconexión, en este caso) δ_{rc} se podrá determinar aplicando el criterio de áreas iguales según se muestra en la Figura 6.21, de la siguiente forma:

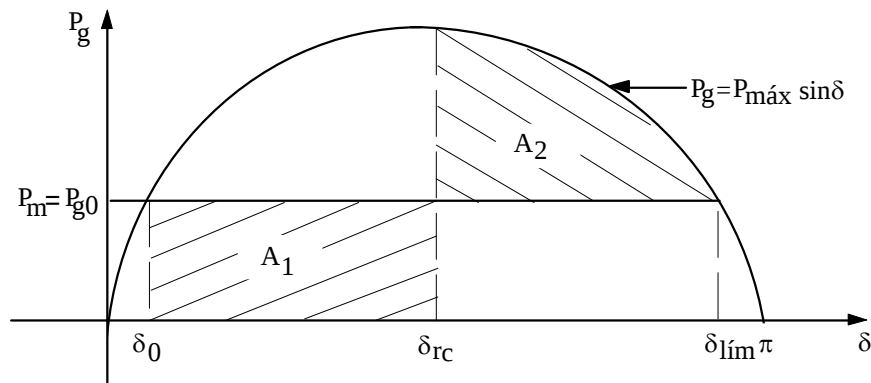


Figura 6.21.- Determinación del ángulo crítico de aclaramiento

$$\int_{\delta_0}^{\delta_{lim}} (P_m - P_g) d\delta = \int_{\delta_0}^{\delta_{rc}} P_m d\delta + \int_{\delta_{rc}}^{\delta_{lim}} (P_m - P_{max} \sin \delta) d\delta = 0 \quad (6.55)$$

de donde se obtiene que:

$$\delta_{rc} = \cos^{-1} \left[\frac{P_m (\delta_{lim} - \delta_0) + P_{max} \cos \delta_{lim}}{P_{max}} \right] \quad (6.56)$$

Ejemplo 6.3. Un generador conectado a una barra infinita tiene las siguientes curvas de $P_g = P_g(\delta)$: $P_{gAF} = 2,5 \sin \delta$, $P_{gF} = 0,8 \sin \delta$, $P_{gFD} = 1,5 \sin \delta$. El ángulo de torque antes de falla es de 30° y todos los datos están en pu base común.

- Determinar si el sistema es estable, al despejar la falla en un tiempo tal que $\delta_d = 60^\circ$, sin reconexión.
- Si el sistema se reconecta 20° después que la falla ha sido despejada, calcular el ángulo crítico de despeje.

a) Sin reconexión: Las curvas de $P_g(\delta)$ se muestran en la Figura 6.22, donde:

$$\delta_0 = 30^\circ = 0,5236 \text{ rad}$$

$$P_m = P_{g0} = 2,5 * \sin 30^\circ = 1,25$$

$$\delta_{\text{lím}} = 180^\circ - \sin^{-1} \left[\frac{1,25}{1,5} \right]$$

$$\delta_{\text{lím}} = 123,56^\circ = 2,1565 \text{ rad}$$

$$\delta_d = 60^\circ = 1,0472 \text{ rad}$$

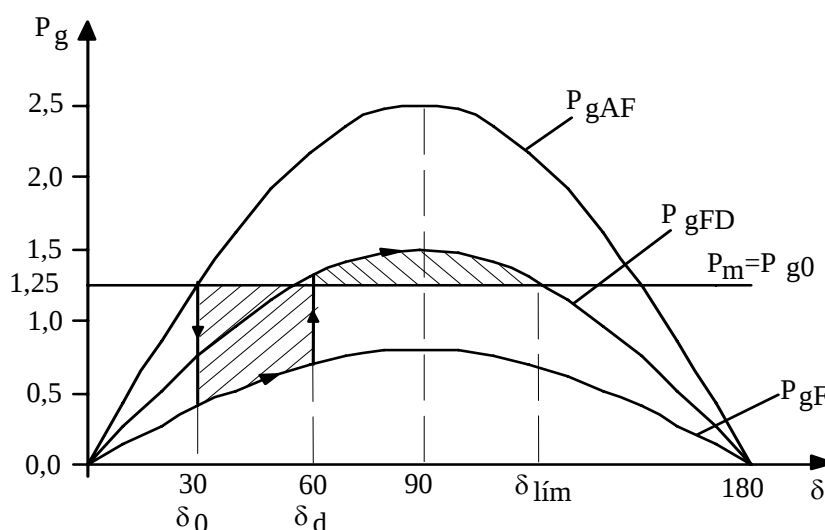


Figura 6.22

Aplicando el criterio de Areas iguales se puede escribir:

$$\int_{\delta_0}^{\delta_d} (1,25 - 0,8 * \sin \delta) d\delta + \int_{\delta_d}^{\delta_{\text{lím}}} (1,25 - 1,5 * \sin \delta) d\delta = 0,169 > 0 \Rightarrow \text{el sistema es inestable}$$

a) Con reconexión: Las curvas de $P_g(\delta)$ se muestran en la Figura 6.23, donde:

$$\delta_0 = 30^\circ = 0,5236 \text{ rad}$$

$$\delta'_{\text{lím}} = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$$

$$\delta_{\text{lím}} = 2,618 \text{ rad}$$

$$\delta_r = \delta_{cd} + 20^\circ$$

Para determinar el ángulo crítico de despeje se debe cumplir que:

$$\int_{\delta_0}^{\delta'_{\text{lím}}} [P_m - P_g(\delta)] d\delta = 0$$

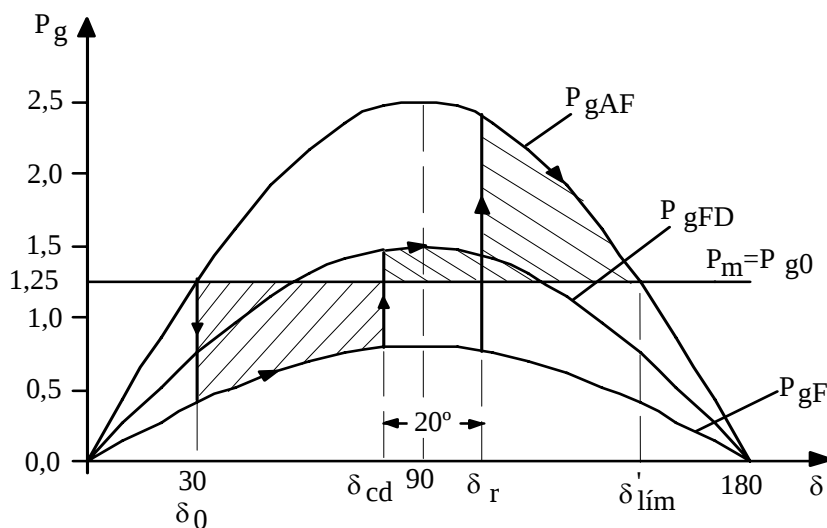


Figura 6.23

$$\text{Es decir: } \int_{\delta_0}^{\delta_{cd}} (1,25 - 0,8 * \sin \delta) d\delta + \int_{\delta_{cd}}^{\delta_r} (1,25 - 1,5 * \sin \delta) d\delta + \int_{\delta_r}^{\delta'_{\text{lím}}} (1,25 - 2,5 * \sin \delta) d\delta = 0$$

$$0,2399 + 0,7 * \cos \delta_{cd} + \cos(\delta_{cd} + 20^\circ) = 0$$

$$F(\delta) = 0,2399 + 1,6397 * \cos \delta_{cd} - 0,342 \sin \delta_{cd} = 0 \Rightarrow \delta_{cd} = 86,45^\circ; \text{ con } F(\delta) = 8,574 * 10^{-5}$$

6.2.9. Reducción a un sistema simple

Ya se ha dicho que las distintas características eléctricas y mecánicas de las máquinas de un sistema hacen necesario tratarlas en forma individual. Sin embargo, en algunos casos excepcionales (por ejemplo, máquinas de una misma central o eléctricamente cercanas entre si y ubicadas lejos de la perturbación) es

posible reemplazar dos o más máquinas por una sola que les sea equivalente. En tal caso, la energía cinética de la máquina equivalente debe corresponder a:

$$EC_{eq} = \sum_{i=1}^n EC_i = \sum_{i=1}^n H_i G_i \quad (6.57)$$

Como las máquinas están en paralelo, sus potencias se suman. Luego, la potencia de la máquina equivalente G_{eq} es:

$$G_{eq} = \sum_{i=1}^n G_i \quad (6.58)$$

Dividiendo ambos miembros de (6.57) por G_{eq} se obtiene la constante de inercia equivalente, H_{eq} :

$$H_{eq} = \frac{EC_{eq}}{\sum_{i=1}^n G_i} = \frac{\sum_{i=1}^n H_i G_i}{\sum_{i=1}^n G_i} \quad (6.59)$$

para que esta máquina oscile junto con las máquinas que reemplaza. Como las máquinas están en paralelo en alguna barra del sistema, la reactancia de la máquina equivalente será igual a la combinación en paralelo de las reactancias individuales hasta esa barra y la fem E' será igual a la tensión transitoria que se tendría en vacío en la barra de unión.

6.2.10. Ecuación de oscilación de dos máquinas finitas

Dos máquinas síncronas conectadas por medio de una reactancia pueden ser reducidas a una máquina equivalente alimentando una barra infinita a través de la reactancia. Este modelo se utiliza en algunos casos con propósitos demostrativos. Al respecto, consideremos la Figura 6.24, en que además supondremos que existen consumos en las barras, para hacer más general el análisis.

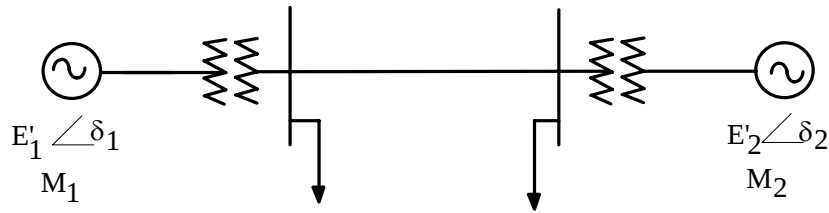


Figura 6.24.- Dos máquinas finitas

Las ecuaciones de oscilación son:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \delta_1}{dt^2} &= \frac{P_{m1} - P_{g1}}{M_1} = \frac{P_{a1}}{M_1} \\ \frac{d^2 \delta_2}{dt^2} &= \frac{P_{m2} - P_{g2}}{M_2} = \frac{P_{a2}}{M_2} \end{aligned} \quad (6.60)$$

Es decir, varían los dos ángulos. Es posible reducir estas dos ecuaciones a una sola considerando que sólo interesa la diferencia entre ellos. Si ésta aumenta indefinidamente, el sistema es inestable. Restando las ecuaciones (6.60), se tiene:

$$\frac{d^2\delta_1}{dt^2} - \frac{d^2\delta_2}{dt^2} = \frac{P_{a1}}{M_1} - \frac{P_{a2}}{M_2} \quad (6.61)$$

haciendo $\delta = \delta_1 - \delta_2$ en la expresión (6.61) y amplificándola por $M_1 M_2 / (M_1 + M_2)$, se puede escribir:

$$M \frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{P_{a1}M_2 - P_{a2}M_1}{M_1 + M_2} \quad (6.62)$$

donde $M = M_1 M_2 / (M_1 + M_2)$ es el momento angular equivalente a las dos máquinas

Desarrollando la expresión (6.62) considerando (6.60) se obtiene:

$$M \frac{d^2\delta}{dt^2} = P_m - P_g \quad (6.63)$$

con:

$$P_m = \frac{P_{m1}M_2 - P_{m2}M_1}{M_1 + M_2}$$

$$P_g = \frac{P_{g1}M_2 - P_{g2}M_1}{M_1 + M_2} \quad (6.64)$$

La ecuación (6.63) es equivalente a la de un generador conectado a una barra infinita y por lo tanto se puede aplicar todo lo estudiado en 6.2.6.

6.2.11. Factores que condicionan la estabilidad transitoria

El análisis hecho hasta el momento, con todas las simplificaciones que contiene, permite determinar los factores que más influyen en la estabilidad transitoria de un sistema, los que se pueden visualizar mejor a partir del criterio de áreas iguales y considerando el sistema generador-línea-barra infinita de la Figura 6.1.

- **Potencia eléctrica inicial:** Del criterio de áreas iguales se deduce que mientras mayor sea la potencia eléctrica que está entregando la máquina antes de ocurrir la falla, mayor será el área acelerante. Ello incrementará la velocidad relativa que adquiere el rotor, aumentado de esta forma la posibilidad de que el sistema sea inestable. Un criterio empírico suele ser el de limitar la potencia eléctrica inicial al 80% del máximo teórico $E'V/X$.
- **Tiempo de operación de las protecciones (t_p):** Mientras más rápidos son los esquemas de protección y los interruptores utilizados, menor es el ángulo δ_p alcanzado, y por lo tanto, menor el área acelerante y mayor la potencia que se podría haber estado transmitiendo. Intimamente ligada con este aspecto está la conveniencia de realizar una apertura simultánea de ambos extremos de la línea fallada, esto es, de usar equipos de onda portadora.
- **Tipo de falla:** El valor máximo de la curva de potencia eléctrica transferible durante la falla depende del tipo y ubicación de ésta. La falla más rigurosa es el cortocircuito trifásico, siguiendo el bifásico a tierra, bifásico, monofásico y las fases abiertas. La ubicación más desfavorable depende del sistema, pero corresponde generalmente a puntos cercanos al generador. La poca probabilidad de ocurrencia de fallas trifásicas hace que en Chile se use como criterio de estabilidad el cortocircuito bifásico a tierra.
- **Interruptores de acción monopolar:** La mayoría de las fallas que ocurren en un sistema eléctrico es de tipo monofásico y se puede eliminar abriendo solamente la fase fallada. Ello exige disponer de interruptores de accionamiento monopolar, lo que implica un ligero sobre costo en esos equipos y en

las protecciones, que se compensa por el hecho de mantener una mayor capacidad de transferencia durante la etapa que sigue a la eliminación de la falla.

- **Reconexión automática:** El hecho de que la mayoría de las fallas sea de carácter fugaz y la ventaja que significa para la estabilidad el volver a la curva de potencia eléctrica prefalla, hace muy atractiva la reconexión automática. El tiempo de reconexión está normalmente condicionado por la necesidad de esperar la desionización del espacio en torno al punto de falla, donde se estableció el arco. Este tiempo de espera es variable con la tensión, condiciones atmosféricas, etc.
- **Reactancia del sistema eléctrico:** La potencia eléctrica que se puede transmitir es inversamente proporcional a la reactancia total que une las máquinas. En lo posible habrá entonces que mantener valores bajos de esas reactancias (líneas fasciculadas, condensadores serie, máquinas con alta razón de cortocircuito, etc.), condiciones que por otra parte llevan a subir el nivel de cortocircuito. En casos particulares puede incluso resultar conveniente construir subestaciones intermedias de seccionalización, que reduzcan la longitud del tramo afectado por la falla.
- **Inercia de los generadores:** La aceleración de la máquina será menor mientras mayor su inercia mecánica. Sin embargo, el alto costo ligado normalmente al aumento de la inercia de una máquina y el poco efecto relativo en la estabilidad, hacen poco atractiva su modificación más allá de los valores naturales. Durante la operación del sistema es posible elevar la inercia total conectada, poniendo en servicio más generadores que los estrictamente necesarios. Sin embargo, ello va en desmedro de la operación más económica, por lo que representa una medida que se emplea con reticencia.
- **Tensión interna de los generadores:** Aumentar las fuerzas electromotrices implica también aumentar la estabilidad. En condiciones normales se operará entonces con una fem alta, la que se hará más alta mientras más fuerte es la transmisión, para así mantener relativamente constante la tensión en el consumo. Sin embargo, al ocurrir una falla y crecer la corriente del estator, crece también el flujo desmagnetizante, produciéndose una paulatina reducción de la fem en el entrehierro. La constante de tiempo es comparativamente alta, de manera que en gran medida es válida la hipótesis de fem constante.
- **Frenado de los generadores:** Es posible pensar en mejorar la estabilidad, sometiendo los generadores a un frenado de acción rápida cuando comienzan a acelerarse. Ello puede hacerse en las turbinas Pelton, intercalando deflectores de chorro. Para las restantes turbinas se puede recurrir al procedimiento indirecto de acrecentar la carga, conectando resistencia a los bornes del generador.

Problemas propuestos

6.1. En un sistema eléctrico de potencia, se han establecido las siguientes ecuaciones de $P_g = P_g(\delta)$: $P_{gAF} = 1,8 \sin \delta$ (pu); $P_{gF} = 0,5 \sin \delta$ (pu) y $P_{gFD} = 1,2 \sin \delta$ (pu). Determinar el tiempo crítico de despeje de la falla, si $P_m = 1$ (pu) y $M = 2,5 \times 10^{-4}$ (pu).

6.2. Dadas las ecuaciones $P_g = P_g(\delta)$ y las curvas de oscilación para falla sostenida, de los sistemas 1 y 2 siguientes, determinar:

- a. Las áreas acelerantes y desacelerantes para despeje de la falla en 0,4 y 0,25 seg, indicando, en ambos casos, si el sistema es estable o inestable
- b. El tiempo máximo de despeje para que el sistema sea estable

Sistema 1: $P_{gAF} = 2 \sin \delta$ (pu); $P_{gF} = 0,75 \sin \delta$ (pu) y $P_{gFD} = 1,5 \sin \delta$ (pu); $P_m = 1,0$ (pu)

t (seg)	0	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40
δ (° eléctricos)	15	17	20	25	32	40	50	65	77

Sistema 2: $P_{gAF}=2 \sin(\delta+15^\circ)$ (pu); $P_{gF}=0,5 \sin \delta$ (pu) y $P_{gFD}=1,5 \sin \delta$ (pu); $P_m=1,0$ (pu)

t (seg)	0	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40
δ (° eléctricos)	30	33,13	42,18	56,19	73,97	94,54	113,9	127,6	134,7

6.3. Un generador que tiene una constante de inercia de 2,5 seg, está suministrando una potencia de 0,8 (pu) a una barra infinita, a través de una red completamente reactiva cuando se produce una falla que reduce la máxima potencia posible de salida a 0,5 (pu). La potencia máxima que se puede transmitir antes de la falla es de 1,5 (pu) y de 1,3 (pu) después del despeje de la falla. Si el despeje se produce a los 0,2 seg; Dibujar

- La curva de oscilación hasta 1 seg.
- Las curvas de $P_g = P_g(\delta)$ indicando claramente las áreas acelerantes y desacelerantes.

6.4. El sistema de la Figura 6.25, está operando en condiciones normales, esto es, el generador está entregando 125 MVA, factor de potencia 0,8 inductivo a la barra infinita; $E'=1,8$ (pu); $X'_d=0,9$ (pu); $V=1\angle 0^\circ$ (pu), $H=5$ seg, reactancia de cada línea 0,4 (pu); cuando ocurre un cortocircuito trifásico en el medio de la línea inferior. Los interruptores 1 y 2 despejan simultáneamente la falla en un tiempo t_1 tal que $\delta(t_1)=90^\circ$. Los interruptores permanecen abiertos hasta t_2 seg, donde $\delta(t_2)=120^\circ$. En t_2 , los interruptores reconectan la línea y la falla ha desaparecido. Considerando que todos los datos están en una base común (100 MVA), determinar si en estas condiciones, el sistema es estable o inestable.

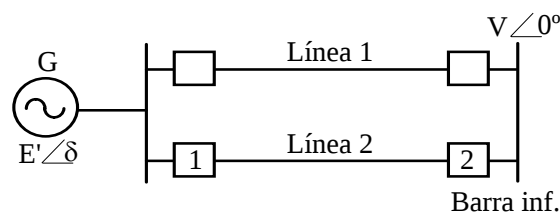


Figura 6.25

6.5. El sistema de la Figura 6.25, está operando en condiciones normales, esto es, el generador entregando 120 MW a la barra infinita, $E'=1,65$ (pu), $X'_d=X_1=0,6$ (pu); $X_2=0,3$ (pu); $X_0=0,1$ (pu), $V=1\angle 0^\circ$ (pu), $H=5$ seg, $f=50$ Hertz cuando ocurre un cortocircuito monofásico en la línea 2, al lado de la barra del Generador. Los interruptores 1 y 2 (tripolares) despejan simultáneamente la falla. Los datos de la línea son: $X_1=X_2=0,3$ (pu); $X_0=0,5$ (pu). Todos los parámetros están en tanto por unidad, base común 100 MVA. Determinar el tiempo crítico de despeje de la falla

6.6.- Un generador de 60 Hertz está suministrando el 60% de la potencia eléctrica máxima a través de una red completamente reactiva, cuando ocurre una falla que incrementa la reactancia de la red entre el voltaje interno del generador y la barra infinita en un 400%. Cuando la falla es despejada, la potencia máxima que se puede suministrar es el 80% del valor máximo original. Determine el ángulo crítico de despeje de la falla.

6.7.- Si el generador del problema anterior tiene una constante de inercia H de 6 [MJ/MVA] y la potencia mecánica es de 1 (pu), determinar el tiempo crítico de despeje de la falla. ¿A qué velocidad gira la máquina en ese instante?

6.8.- Un generador síncrono está entregando el 25 % de la potencia máxima que es capaz de entregar a una barra infinita. Si la potencia eléctrica entregada por el generador a la barra infinita se triplica bruscamente, determinar el valor máximo alcanzado por el ángulo δ durante las oscilaciones alrededor del nuevo punto de equilibrio. ¿Cuál es el ángulo δ de régimen permanente en el nuevo punto de equilibrio?

6.9.- Un generador que está operando a 50 Hz, entrega una potencia de 1 (pu) a una barra infinita a través de una red completamente reactiva, cuando ocurre una falla que reduce la máxima potencia transferible a 0,4 (pu), mientras que la máxima potencia transferible antes de falla era de 1,8 (pu) y de 1,25 (pu) después que la falla es despejada. La constante de inercia es de 4 seg. La falla se despeja a los 0,2 seg y el sistema se reconecta exitosamente 0,15 seg después que la falla ha sido despejada. Utilizando exclusivamente la curva de oscilación, determinar si el sistema es estable en las condiciones planteadas.

6.10.- En el sistema de la Figura 6.26, todos los parámetros en pu están en base 100 MVA. La potencia compleja en el punto indicado es $\dot{S} = (80 + j40)$ MVA, cuando ocurre un cortocircuito trifásico en el punto F (al medio de la línea). La falla es despejada simultáneamente por ambos interruptores. Determine las ecuaciones de $P_g(\delta)$ antes de falla, en falla y en falla despejada.

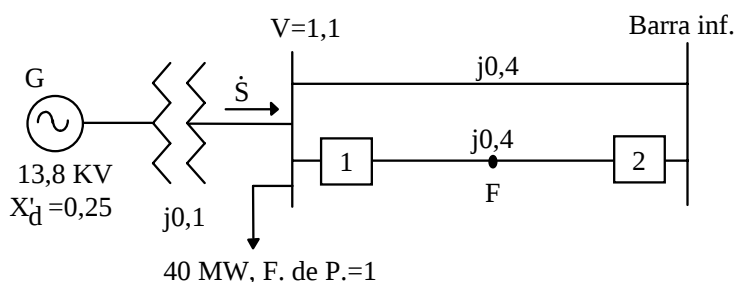


Figura 6.26

6.11.- Repetir el Problema 6.10, considerando que la falla ocurre al comienzo de la línea; es decir, al lado del interruptor N° 1).

6.12.- Repetir el Problema 6.11, considerando que la carga es un reactor de 10 MVAR.

6.13.- Las ecuaciones de $P_g = P_g(\delta)$ de un sistema Generador-Barra infinita son: $P_{gAF} = 2,5 \sin \delta$; $P_{gF} = P_{gFD} = 0$. La potencia que el generador entregaba a la barra infinita en el momento de producirse la falla era de 1,0 (pu). La falla es despejada a los 0,1 seg y 0,1 seg más tarde se hace una reconexión exitosa. Todos los datos están en una base común. $H=5$ seg., $f=50$ Hz. Determine el valor máximo alcanzado por el ángulo δ durante las oscilaciones.

6.14.- Un generador de 50 Hz con $H=5$ (MJ/MVA) está conectado a través de un transformador elevador a una línea de transmisión. En el otro extremo de la línea hay un transformador reductor que une la línea a una barra infinita. Las reactancias en pu del generador son: $X_1=0,3$; $X_2=0,15$; $X_0=0,05$, las de los transformadores $X_1=X_2=X_0=0,1$ y las de la línea de transmisión son: $X_1=X_2=0,25$ y $X_0=0,70$. Los transformadores están conectados en delta en el lado de baja tensión y en estrella con el neutro a tierra en el lado de alta tensión. Se produce una falla monofásica en el lado de alta tensión del transformador conectado al generador, en el momento que éste está suministrando una potencia de 1,0 (pu). La tensión interna del generador es 1,24 (pu) y la tensión de la barra infinita es de 1,05 (pu). La falla es aislada simultáneamente por interruptores monopolares a ambos lados. Estos la aíslan en 0,15 seg. y se reconectan 25 ciclos después de la apertura. Determinar si el sistema permanece estable en estas condiciones.

6.15.- El sistema de la Figura 6.27 está trabajando en las condiciones indicadas. Todos los parámetros en porcentaje están en base 100 MVA. Determinar el tiempo máximo de despeje de la falla si ocurre un cortocircuito monofásico a tierra en el punto F, al comienzo de la línea, y ésta tiene interruptores monopolares.

6.16.- Resuelva el problema 6.15, considerando que los interruptores son tripolares y que se produce reconexión automática exitosa 0,1 seg después que la falla ha sido despejada.

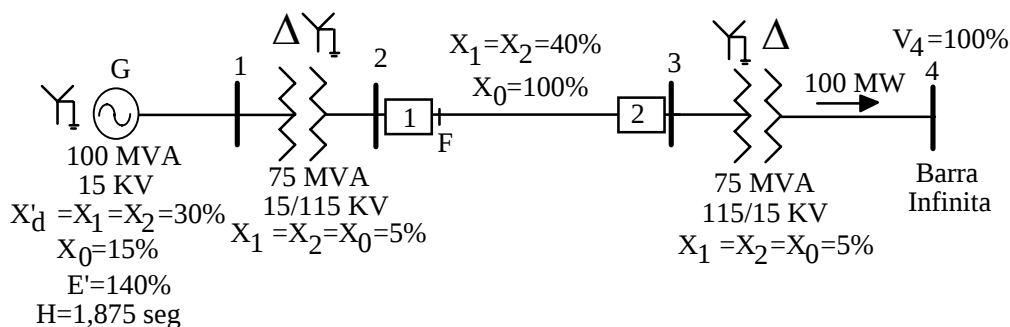


Figura 6.27

6.17.- En el sistema de la Figura 6.28 ocurre un cortocircuito bifásico a tierra en el punto F, al comienzo de la línea, cuando la potencia transmitida en el punto indicado es $\dot{S} = (175 + j20)\text{MVA}$. Todos los datos están en base común 100 MVA.

- Si los interruptores son tripolares y despejan la falla en forma simultánea, calcular el tiempo de aclaramiento de la falla (sin reconexión)
- Si los interruptores reconectan la línea 10° después del despeje, calcular el tiempo de aclaramiento de la falla en esta nueva condición.

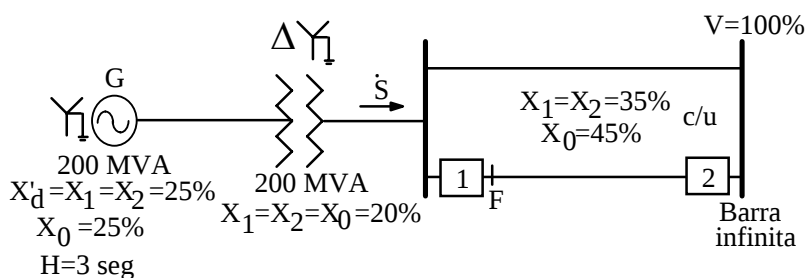


Figura 6.28

6.18.- El sistema de la Figura 6.29 está entregando la potencia indicada a la barra infinita, cuando se abre la fase “a” de la línea en el punto P, próximo a la barra 2. Determinar el máximo valor alcanzado por el ángulo δ al producirse la oscilación del rotor de generador. Todos los datos en % están en base 50 MVA.

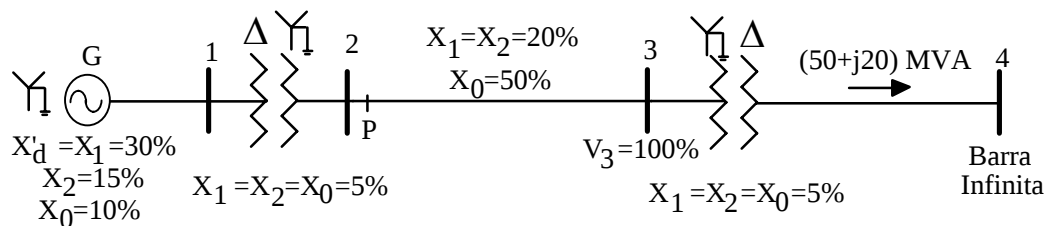


Figura 6.29

6.19.- En el sistema de la Figura 6.30, ocurre un cortocircuito trifásico en el punto F (mitad de la línea inferior), cuando el sistema estaba trabajando en las condiciones indicadas. Todos los datos están en base 100 MVA. La falla es despejada por ambos interruptores en forma simultánea y luego el sistema se reconecta. Determinar:

- Las ecuaciones de P_{gAF} , P_{gF} y P_{gFD} .
- La potencia eléctrica que estaba entregando el generador y su ángulo de torque en el momento en que ocurrió la falla

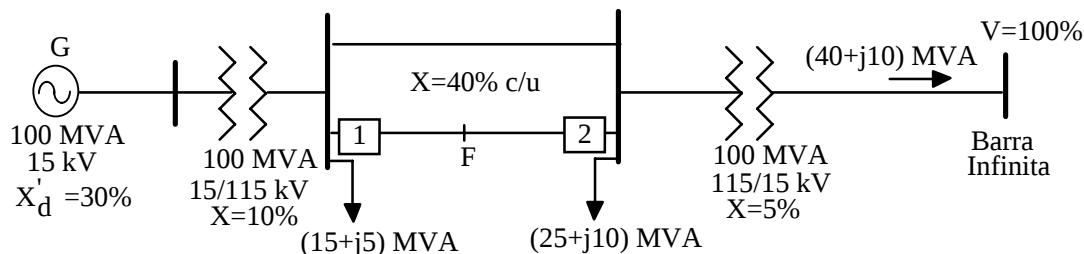


Figura 6.30